Зарегистрирована в составе
образовательной программы
СВ.5068.2013
10 июня 2013
Зам начальника УОП
Григорьева И.В.

Санкт-Петербургский государственный университет

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра
Linear Algebra

Язык(и) обучения________ русский _________________
Трудоёмкость ______4______зачётных единицы

Регистрационный номер
рабочей программы: 014678

Санкт-Петербург
2013

1. Характеристики, структура и содержание учебной дисциплины

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины. Курс «Линейная алгебра» предназначен для студентов бакалавриата первого года обучения (направление 080100 – Экономика) и является базовым в математическом образовании студентов. Цель преподавания линейной алгебры - освоение студентами основ математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач экономики, и подготовка к восприятию других математических и экономических дисциплин. Решаемые при этом задачи: развитие логического и алгоритмического мышления, воспитание умения строго излагать свои мысли, формирование представлений об экономико-математических моделях, привитие навыка самостоятельного изучения учебной литературы.

1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебной дисциплины (пререквизиты). Для изучения данного курса студенты должны знать в полном объеме материал школьного курса математики, иметь уверенные навыки устного счета и вычислений с использованием калькулятора.

1.3. Перечень формируемых компетенций (результаты обучения):

ПК-15: способен применить теоретический аппарат и инструментальные средства при моделировании и исследовании стохастических процессов и явлений, владеет базовыми знаниями в сфере принятия решений в условиях риска и неопределенности.

1.4. Знания, умения, навыки, осваиваемые обучающимися.

Профессиональная компетентность студента определяется через совокупность

знаний:

1. определений и основных понятий линейной алгебры;
2. формулировок фундаментальных теорем и утверждений;
3. основных алгоритмов решения базовых задач линейной алгебры;
4. примеров применения моделей и методов линейной алгебры в экономике;

навыков:

1. устного и письменного изложения своих знаний;
2. грамотного использования математической нотации и терминологии;
3. уверенного выполнения стандартных вычислений: действия с матрицами, вычисление определителей, решение систем линейных уравнений, координатное представление векторов, преобразование квадратичных форм и т.д.
4. использования методов линейной алгебры для решения прикладных экономических задач.

1.5. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий

Разбор конкретных ситуаций (6 ч.)

На каждом практическом занятии предполагается разбор заданий, вызвавших трудности при выполнении домашнего задания, обсуждение со студентами подходов к выполнению заданий для самостоятельной работы.

Групповые дискуссии (4 ч.)

В рамках курса предусмотрен анализ результатов контрольных работ в диалоговом режиме. По результатам контрольных работ проводится анализ вариантов заданий, обсуждение со студентами типовых ошибок. Одна из допустимых форм: хорошо успевающие студенты под руководством преподавателя проводят с остальными студентами работу над ошибками, допущенными при решении задач, которые входили в контрольную работу.

Возможно проведение деловой игры «Модель межотраслевого баланса и модель международной торговли». Студенты разбиваются на подгруппы. Преподаватель задаёт необходимые практические условия для каждой подгруппы. Каждая группа разрабатывает модель и способ решения задачи и представляет ее в виде презентации.(2 ч.).

В рамках курса предусмотрено обсуждение результатов выполнения индивидуальных заданий в виде дискуссии (2 ч.).

В качестве задания для самостоятельной работы студентам может быть предложено выполнение индивидуального задания повышенной сложности, в том числе с использованием современных пакетов прикладных программ общего назначения (MATLAB или MATHEMATICA). Для отчета о выполнения такого задания следует использовать одну из активных форм обучения.

1.6. Организация учебных занятий

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся

Код модуля в составе дисциплины,	Аудиторная учебная работа обучающихся									Самостоятельная работа					Объём активных и интерактивных форм учебных занятий	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	практические занятия	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	промежуточная аттестация	под руководствомпреподавателя	в присутствии преподавателя	в т.ч. с использованием методических материалов	текущий контроль	промежуточная аттестация		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Очная форма обучения																
Модуль 1	10			8						1		4				
	100			25						25		25				
Модуль 2	2			2		2				1		4			2	
	100			25		25				25		25				
Модуль 3	4		2	4						1		4			2	
	100			25						25		25				
Модуль 4	6			4								2			2	
	100			25								25				
Модуль 5	2		2	4		2						2			2	
	25			25		25						25				
Модуль 6	4			2						1		4			4	
	25			25						25		25				
ИТОГО:	28		4	24		4			4	4		20		20	12	4

Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п.	**Промежуточная аттестация**		**Текущий контроль**	
	Виды	**Сроки**	**Формы**	**Сроки**
очная форма обучения				
Модули 1-2			Проверка выполненных заданий Контрольная работа	2-6 учеб. недели 7 учеб. неделя
Модуль 3			Проверка выполненных заданий Контрольная работа	8-10 учеб. недели 11 учеб. неделя
Модуль 4			Проверка выполненных заданий Контрольная работа	11-15 учеб. недели 14 учеб. неделя
Модуль 5			Проверка выполненных заданий	15 учеб. неделя
	Экзамен	18-21 учеб. неделя		

Общая аттестация складывается из следующих компонентов:

1. результат выполнения экзаменационного задания;
2. итоги текущего контроля (контрольные работы и домашние задания);
3. результат самостоятельного выполнения индивидуальных контрольных заданий.

1.7. Структура и содержание учебных занятий

Модуль 1. Матрицы, определители и системы линейных уравнений (10 часов лекций, 8 часов практических занятий).

Матрицы и линейные операции над ними. Умножение матриц. Транспонирование матриц. Свойства операций над матрицами. Элементарные преобразования матриц. Матрицы специального вида.

Определители 2-го и 3-го порядков. Определители матриц порядка n , их основные свойства. Способы вычисления определителей.

Вырожденная и невырожденная матрица. Обратная матрица и ее свойства. Критерий существования обратной матрицы, способы ее нахождения.

Ранг матрицы и его свойства. Способы вычисления ранга матрицы.

Системы линейных уравнений (СЛУ), формы записи СЛУ. Совместность, определенность, равносильность. Исследование СЛУ. Теорема Кронекера-Капелли.

Методы решения определенных СЛУ (метод Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса). Решение неопределенных СЛУ. Однородные системы. Структура множества решений неоднородной СЛУ.

Модуль 2. Собственные числа и собственные столбцы матрицы. (2 часа лекций, 2 часа практических занятий).

Определение и свойства собственных чисел и собственных столбцов квадратной матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Свойства характеристического многочлена, способы его нахождения. Алгоритм нахождения собственных чисел и собственных столбцов матрицы.

Контрольная работа по темам, входящим в модули 1-2 (2 часа).

Модуль 3. Векторы (4 часа лекций, 4 часов практических занятий).

Векторы на прямой, плоскости и в пространстве. Координаты вектора.

Арифметические векторы и действия над ними. Пространства R^2, R^3 и R^n. Скалярное произведение векторов, длина вектора, угол между векторами. Векторная запись уравнений прямой на плоскости и плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых на плоскости и плоскостей в R^3.

Линейная комбинация векторов в R^n. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Геометрический смысл линейной зависимости наборов векторов в R^3. Ортогональные векторы. Базисы пространств R^3 и R^n.

Модуль 4. Векторные пространства (6 часов лекций, 4 часа практических занятий).

Определение и простейшие свойства векторных пространств и подпространств. Подпространства R^n как примеры линейных пространств. Базис и размерность пространства и подпространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса. Способы задания подпространств в виде линейной оболочки системы векторов и в виде множества решений однородной системы линейных уравнений. Сумма и пересечение подпространств, их простейшие свойства. Ортогональное дополнение к подпространству в R^n. Свойства и примеры.

Процесс ортогонализации линейно независимой системы векторов. Ортонормированный базис. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние и угол между вектором и подпространством в R^n.

Модуль 5. Вещественные квадратичные формы (2 часа лекций, 4 часа практических занятий).

Определение и простейшие свойства вещественных квадратичных форм. Матрица квадратичной формы. Изменение матрицы квадратичной формы при линейном преобразовании переменных. Диагональная квадратичная форма. Канонический вид квадратичной формы. Теорема Лагранжа. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы и их свойства. Критерий Сильвестра.

Контрольная работа по темам, входящим в модули 3-5 (2 часа).

Модуль 6. Примеры применения элементов линейной алгебры в экономике (4 часа лекций, 2 часа практических занятий).

Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Матричная запись уравнения межотраслевого баланса в модели Леонтьева. Понятие продуктивной матрицы. Критерии продуктивности матрицы прямых затрат в модели Леонтьева межотраслевого баланса.

Модель международной торговли. Структурная матрица торговли. Условие бездефицитности торговли.

Задача наилучшего среднеквадратического приближения. Метод наименьших квадратов.

Примечания.

1. Лектор в процессе чтения лекций вправе:
   а) перенести часть материала из одного модуля в другой для сохранения выбранной им последовательности изложения;
   б) расширить содержание модуля 6 дополнительными задачами.
2. Допускается проведение трёх контрольных работ (вместо двух) общей продолжительностью в 4 часа.

2. Обеспечение учебных занятий

2.1. Методическое обеспечение учебной дисциплины

2.1.1. Методическое обеспечение аудиторной работы

Преподавателю необходимо ориентировать студентов на то, что владение основами линейной алгебры необходимо для их будущей профессиональной деятельности, является обязательным условием их успешности как специалистов, а также будет использоваться при изучении многомерного математического анализа, дифференциальных уравнений, математической статистики, математической экономики, эконометрики и применения моделей и методов для решения экономических задач.

Проведение практических занятий по дисциплине «Линейная алгебра» осуществляется в учебных академических группах численностью до 30 студентов.

Рекомендуя литературу для самостоятельной работы, преподаватель должен максимально использовать возможности, предлагаемые библиотекой университета. Текущую успеваемость желательно учитывать на экзамене, чтобы повысить заинтересованность студентов в активной работе на занятиях. Учёт посещаемости и текущей успеваемости является обязательным.

Преподавателю следует:

1. в начале семестра довести до сведения студентов программу дисциплины и требования к текущей и итоговой аттестации, а также выдать студентам индивидуальные контрольные задания;
2. контролировать выполнение студентами домашних заданий и давать рекомендации по наиболее рациональному выполнению предложенных заданий.

2.1.2. Методическое обеспечение самостоятельной работы

Данная дисциплина имеет целью подготовку квалифицированных специалистов, владеющих основами профессиональной деятельности и навыками их практического применения.

Приступая к изучению учебной дисциплины, студенту полезно ознакомиться с тематическим планом и содержанием данной программы, перечнем литературы для самостоятельного изучения. Наличие у студента представления о структуре курса и умения пользоваться источниками, рекомендованными в списке литературы, является необходимым условием успешной сдачи экзамена.

Изучение учебного предмета осуществляется в процессе работы на лекциях, и практических занятиях, систематической самостоятельной работы с учебной и научной литературой, а также рекомендованными пакетами прикладных программ.

Примерный перечень вопросов для самостоятельной работы

1-й уровень сложности

1) Верно ли, что
   а) понятие «единичная матрица» относится только к квадратным матрицам?
   б) любая диагональная матрица является симметричной?
   в) понятие «симметричная матрица» относится только к квадратным матрицам?
   г) любая симметричная матрица является диагональной?

2) Для каких матриц А верно А=А'?

3) Может ли вырожденная матрица быть
   а) а) симметричной?
   б) б) диагональной?
   в) в) размера 3x5?

4) Может ли матрица размера 5x7 быть
   а) симметричной?
   б) диагональной?
   в) вырожденной?

5) Может ли однородная система линейных уравнений
   а) иметь симметричную матрицу коэффициентов?
   б) быть несовместной?
   в) иметь вырожденную матрицу коэффициентов?
   г) иметь единственное решение?
   д) иметь бесконечно много решений?

7) Может ли система линейных уравнений, в которой 3 уравнения и 5 неизвестных,
   а) не иметь решения?
   б) иметь единственное решение?
   в) иметь ровно 3 решения?
   г) иметь бесконечно много решений?

9) Верно ли, что
   а) если 2 вектора линейно независимы, то они ортогональны?
   б) если 2 вектора ортогональны, то они линейно независимы?

10) Привести примеры
   а) ортогональных векторов в R^n (n=2,3,4);
   б) линейно независимого набора из k векторов в R^n (k=1,2,3,4);
   в) линейно зависимого набора из k векторов в R^n (k=1,2,3,4).

11) Пусть L является линейным подпространством пространства R^n и пусть известно, что $\dim L = 7$. Каким при данных условиях может быть число n?

2-й уровень сложности

12) Укажите все квадратные матрицы второго порядка такие, что $A^2 = E$, где E – единичная матрица.

13) A – квадратная матрица второго порядка такая, что $A^2 = 0$. Докажите, что матрица $E - A$ обратима.

14) Верно ли, что всякую квадратную матрицу с определителем, равным -1, можно элементарными преобразованиями строк привести к матрице 3Е, где Е – единичная матрица?
15) A – квадратная матрица. Известно, что сумма её строк с чётными номерами равна сумме строк с нечётными номерами. Найдите определитель матрицы A.
16) A– квадратная матрица. Известно, что строки матрицы A^3 линейно зависимы. Верно ли, что строки матрицы A линейно зависимы?
17) Доказать теорему Кронекера-Капелли, используя связь ранга матрицы с размерностью пространства, порождённого её столбцами.
18) Сумма элементов каждой строки матрицы равна 1. Докажите, что число 1 является её собственным числом.
19) Пусть все собственные числа вещественной симметричной матрицы A больше μ. Доказать, что все собственные числа матрицы $A-\mu E$ положительны.
20) Верно ли, что если векторы A, B, C образуют базис подпространства P, то и векторы A, $A+B$, $A+B+C$ образуют базис подпространства P?
21) Найти систему уравнений, множеством решений которой является линейная оболочка векторов (1,1,1) , (1,2,3).
22) Для каких элементов евклидова пространства неравенство Коши–Буняковского превращается в равенство?
23) Привести квадратичную форму $2x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3-8x_2x_3$ к диагональному виду ортогональным преобразованием переменных.
24) Средствами системы MATLAB создать матрицу `A=ceil(10*rand(5))` и проверить следующие утверждения:
    а) S=A+A' – симметричная матрица;
    б) T=A – A' – антисимметричная матрица;
    в) если L=tril(A,-1), D=diag(diag(A)), U=triu(A,1), то L+D+U=A.
25) Средствами системы MATLAB вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & \mathrm{m} & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -\mathrm{m} & 0 & 1 & \mathrm{m} \\ 0 & \mathrm{m} & 1 & 1 \end{vmatrix}$, $\mathrm{m}\in\mathbb{R}$.
26) Методом Данилевского привести матрицу $\mathrm{A}=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 8 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ к нормальному виду Фробениуса, используя средства системы MATLAB.

2.1.3. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания.

По окончании курса студенты сдают экзамен. Для того чтобы успешно сдать экзамен по учебной дисциплине «Линейная алгебра», студенты должны обладать знаниями и умениями, определёнными в п. 1.5 настоящей рабочей программы.

Форма и методика проведения экзамена

Форма проведения экзамена	развернутые письменные ответы по теоретическим вопросам и решение задач по разделам курса, предусмотренным программой
Вид экзаменационного задания	Письменное задание включает 5 теоретических вопросов и 5 задач, предусмотренных программой курса. Решение системы линейных уравнений является обязательным заданием.
Требования к содержанию и оформлению ответов	Ответ на каждый теоретический вопрос должен быть точным и полным, решение задачи – правильным и полным. Ответы и решения фиксируются студентом в листе письменного ответа, который выдается ему вместе с вариантом экзаменационного задания
Порядок проведения экзамена	Студенты, допущенные к экзамену, получают варианты экзаменационного задания и приступают к его выполнению одновременно. Замена выданного варианта задания не допускается. Выход из аудитории во время экзамена запрещен.
Длительность экзамена	На выполнение экзаменационного задания отводится 2 (два) академических часа в день и время, предусмотренные расписанием экзаменационной сессии.
Использование технических средств	Не допускается. Нарушителям данного требования выставляется оценка F – «неудовлетворительно».
Использование источников информации	Не допускается. Нарушителям данного требования выставляется оценка F – «неудовлетворительно».

При оценке выполнения экзаменационного задания и выставлении итоговой оценки экзаменатор вправе руководствоваться одним из двух подходов:

1-й подход

Критерии оценки выполнения письменного задания	Ответ на теоретический вопрос и решение задачи оценивается **0**, **1** или **2** баллами. **0 баллов –** отсутствие ответа на вопрос, неправильный ответ, ответ не на поставленный вопрос, отсутствие решения задачи, неправильное решение задачи. **1 балл –** неполный ответ на вопрос, неполное решение задачи. **2 балла –** полный и правильный ответ на вопрос, полное и правильное решение задачи. **В случае, если обязательное задание (решение системы линейных уравнений) не выполнено или выполнено с грубой ошибкой, экзаменационная работа оценивается 0 баллов.**
Выставление итоговой оценки	К сумме баллов, полученных за выполнение экзаменационного задания (от **0** до **20**), прибавляется количество баллов, выставленных преподавателем студенту **за работу в течение семестра**: • за отличный результат при выполнении контрольной работы добавляется **2** балла; • за правильное выполнение всех индивидуальных контрольных заданий добавляется **2** балла; • за умение решать задачи, предусмотренные программой, средствами прикладных математических пакетов общего назначения MATLAB или MATHEMATICA добавляется **2** балла.

<table>
<tr><td></td><td>Применяется следующая шкала оценок:
«отлично» (A) – 19-20 баллов,
«очень хорошо» (B) – 17-18 баллов,
«хорошо» (C) – 15-16 баллов,
«удовлетворительно» (D) –
13-14 баллов,
«посредственно» (E) – 10-12 баллов,
«неудовлетворительно» (F) –
менее 10 баллов</td><td>Перевод в обычную шкалу оценок:
«отлично» –
19-20 баллов,
«хорошо» –
15-18 баллов,
«удовлетворительно» –
10-14 баллов,
«неудовлетворительно» –
менее 10 баллов</td></tr>
</table>

2-й подход

<table>
<tr><td>*Критерии оценки выполнения письменного задания*</td><td colspan="2">Ответ на теоретический вопрос (решение задачи) оценивается в диапазоне от **0** до **7** баллов в зависимости от полноты ответа (полноты решения задачи), причем положительное число баллов выставляется только в случае отсутствия грубых ошибок.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">*Выставление итоговой оценки*</td><td colspan="2">К сумме баллов, полученных за выполнение экзаменационного задания (от **0** до **70**), прибавляется количество баллов, выставленных преподавателем студенту за работу в течение семестра. Итоговая оценка выставляется в зависимости от общего количества набранных баллов (от **0** до **100**) .
Порядок начисления баллов за работу в течение семестра:
Баллы за работу в семестре начисляются по результатам выполнения контрольных работ (максимум 20 баллов, распределённых, соответственно, на 2 или 3 контрольные) и индивидуальных контрольных заданий (максимум 10 баллов). Учитываются также выполнение домашних заданий, выдаваемых к каждому практическому занятию, активность на практических занятиях, решение задач повышенной трудности, успешное выполнение самостоятельной работы повышенного уровня сложности; учёт ведётся с помощью выставления плюсов, которые в итоге пересчитываются в дополнительные баллы из расчёта 1 балл за 3 плюса. Если сумма баллов, набранных студентом в течение семестра, оказывается больше 30, то за работу в семестре выставляется 30 баллов, но итоговая экзаменационная оценка может быть повышена.</td></tr>
<tr><td>Применяется следующая шкала оценок:
«отлично» (A) – 90-100 баллов,
«очень хорошо» (B) – 80-89 баллов,
«хорошо» (C) – 70-79 баллов,
«удовлетворительно» (D) –
60-69 баллов,
«посредственно» (E) – 50-59 баллов,
«неудовлетворительно» (F) –
менее 50 баллов</td><td>Перевод в обычную шкалу оценок:
«отлично» –
90-100 баллов,
«хорошо» –
70-89 баллов,
«удовлетворительно» –
50-69 баллов,
«неудовлетворительно» –
менее 50 баллов</td></tr>
</table>

Примечание.

Первая пересдача экзамена осуществляется в форме, установленной для экзамена, по другим вариантам экзаменационного задания.

Форма второй пересдачи экзамена и критерии оценки выполнения заданий устанавливаются экзаменационной комиссией.

2.1.4. Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы)

Для проведения текущего контроля успеваемости используется методическое пособие [4], указанное в списке рекомендуемой литературы (п. 2.4.1).

Примерные вопросы к экзамену

1. Определение и свойства операции сложения матриц.
2. Определение и свойства операции умножения матриц на число..
3. Определение и свойства операции умножения матриц..
4. Некоммутативность умножения матриц..
5. Единичная матрица и её свойства..
6. Обратимые матрицы и их свойства..
7. Транспонирование матрицы. Простейшие свойства..
8. Определение многочлена от матрицы..
9. Определители 2-го и 3-го порядка. Правила вычисления..
10. Определитель матрицы порядка n. Определение.
11. Свойства определителя: определитель транспонированной матрицы.
12. Свойства определителя: определитель матрицы, содержащей нулевую строку (столбец).
13. Свойства определителя: определитель матрицы, строка которой имеет общий множитель.
14. Свойства определителя: поведение определителя при элементарных преобразованиях матрицы.
15. Свойства определителя: определитель треугольной матрицы.
16. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определение и пример.
17. Минор, соответствующий элементу матрицы. Связь между минором и алгебраическим дополнением элемента матрицы.
18. Свойства определителя: разложение определителя по строке (столбцу) матрицы.
19. Определитель клеточнодиагональной матрицы.
20. Методы вычисления определителя: алгоритм приведения к верхнетреугольному виду.
21. Методы вычисления определителя: алгоритм метода понижения порядка.
22. Определение обратной матрицы.
23. Теорема об условии существования обратной матрицы.
24. Свойства обратной матрицы.
25. Методы построения обратной матрицы: алгоритм метода присоединенной матрицы.
26. Методы построения обратной матрицы: алгоритм метода элементарных преобразований.
27. Определение ранга матрицы.
28. Методы вычисления ранга матрицы: алгоритм метода элементарных преобразований.
29. Методы вычисления ранга матрицы: алгоритм метода окаймляющих миноров.
30. Теорема об инвариантности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
31. Теорема Кронекера-Капелли.
32. Теорема о числе решений СЛУ.
33. Следствия из теоремы о числе решений СЛУ.
34. Алгоритмы решения определенной СЛУ: правило Крамера.
35. Алгоритмы решения определенной СЛУ: метод Гаусса.
36. Алгоритм решения произвольной СЛУ.
37. Фундаментальное множество решений однородной СЛУ.
38. Структура множества решений произвольной СЛУ.

39. Определение и пример собственных чисел и столбцов матрицы.
40. Характеристический многочлен матрицы. Определение и пример.
41. Общий план решения задачи о собственных числах и столбцах матрицы.
42. Определение и пример векторного пространства.
43. Определение подпространства векторного пространства.
44. Определение линейной комбинации векторов. Пример.
45. Определение и пример линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.
46. Базис и размерность векторного пространства. Определение и пример.
47. Алгоритм построения базиса подпространства, порожденного системой векторов.
48. Координаты вектора в базисе.
49. Евклидово пространство. Определение и простейшие свойства скалярного произведения.
50. Длина вектора. Свойства длины.
51. Неравенство Коши-Буняковского.
52. Угол между векторами. Ортогональность векторов. Пример ортогональных векторов.
53. Процесс ортогонализации Шмидта. Теорема об ортогонализации.
54. Скалярное произведение в R^n. Определение и свойства.
55. Длина вектора и угол между векторами в R^n. Пример.
56. Ортонормированный базис в R^n. Определение и пример.
57. Ортогональное дополнение подпространства в R^n. Определение и свойства.
58. Алгоритм построения базиса ортогонального дополнения подпространства, порожденного системой векторов.
59. Алгоритм нахождения расстояния и угла между вектором и подпространством.
60. Вещественная квадратичная форма. Определение и пример.
61. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Определение и пример.
62. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Основная идея методов.
63. Матричная запись квадратичной формы. Пример.
64. Теорема Лагранжа для вещественных квадратичных форм.
65. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичных форм.
66. Закон инерции квадратичных форм.
67. Индексы инерции квадратичной формы, сигнатура квадратичной формы. Определение и пример.
68. Теорема об условии бездефицитности торговли в линейной модели обмена.
69. Уравнение межотраслевого баланса в модели Леонтьева.
70. Матрица прямых затрат. Матричная запись уравнения межотраслевого баланса. Пример.
71. Продуктивная матрица прямых затрат в модели Леонтьева.
72. Критерий продуктивности модели Леонтьева.
73. Модель международной торговли. Условие бездефицитности торговли.
74. Постановка интерполяционной задачи.
75. Единственность решения интерполяционной задачи.

2.2. Кадровое обеспечение учебной дисциплины

2.2.1. Требования к образованию и (или) квалификации штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к преподаванию дисциплины

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие учёную степень доктора наук и/или кандидата наук (в том числе степень Ph.D., прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или учёное звание профессора или доцента. Преподаватели, привлекаемые к проведению семинарских занятий, должны иметь базовое высшее профессиональное образование и/или учёную степень, соответствующие профилю преподаваемой дисциплины.

2.2.2. Требования к учебно-вспомогательному и (или) иному персоналу

Учебно-вспомогательный и инженерно-технический персонал должен иметь соответствующее высшее образование.

2.2.3. Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса.

Для оценки качества учебного процесса студентам предлагается заполнить анкету-отзыв о преподавании дисциплины «Линейная алгебра». Форма анкеты-отзыва и порядок анкетирования определяются установленными в СПбГУ правилами.

2.3. Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

2.3.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий

Стандартно оборудованные лекционные аудитории: наличие доски и фломастеров, видеопроектора, обязательно. Для проведения практических занятий – аудитории, оборудованные доской и фломастерами.

2.3.2. Требования к аудиторному оборудованию, в том числе к неспециализированному компьютерному оборудованию и программному обеспечению общего пользования.

Каждый обучающийся во время самостоятельной работы должен быть обеспечен рабочим местом в компьютерном классе с выходом в Интернет и корпоративную сеть факультета. Компьютерные классы должны быть обеспечены необходимым лицензионным программным обеспечением (MATLAB, MATHEMATICA).

2.3.3. Требования к специализированному оборудованию

Не предъявляются.

2.3.4. Требования к специализированному программному обеспечению

Не предъявляются.

2.3.5. Требования к перечню и объёму расходных материалов

Фломастеры цветные, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров, диски, флеш-накопители и др. в объёме, необходимом для организации и проведения занятий (по заявкам преподавателей, подаваемым в установленные сроки).

2.4. Информационное обеспечение учебной дисциплины

2.4.1. Список рекомендуемой литературы:

1. Боревич З.И. Определители и матрицы: Учебное пособие. 5-е изд., стер. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009 (или любое другое издание).
2. Высшая математика для экономистов. Под ред. Кремера Н.Ш. 3-е изд. – М.: 2007 (или любое другое издание).
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб.: Для вузов. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007 (или любое другое издание).
4. Малолеткин Г.Н. и др. Учебные и контрольные задания по математике: Высшая алгебра: Учеб. пособие. – СПб: ЭФ СПбГУ, 2010 (или любое издание не ранее 2009 г.).
5. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: Учебное пособие. 5-е изд., стер. – СПб: Изд-во «Лань», 2007 (или любое другое издание).

2.4.2. Список дополнительной литературы:

6. Н.А.Вавилов, О.А.Иванов, Г.А.Лушникова, В.Г.Халин. Уроки математики при помощи Mathematica: Учебное пособие. – СПб: ОЦЭиМ, 2008.- 146 с.
7. Н.А.Вавилов, В.Г.Халин. «MATHEMATICA 5.* для нематематика.» Выпуски 1-4. СПб.: ОЦЭиМ, 2005.
8. В.Г.Халин. Линейная алгебра для экономистов. Часть 1. Матрицы и определители. Векторные пространства. Рабочая тетрадь-конспект. СПб.: ОЦЭиМ, 2006. – 60 с.
9. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре: Учебное пособие. 17-е изд., стер. — СПб.: Изд-во Лань, 2008 (или любое другое издание).

2.4.3. Перечень иных информационных источников

1. www.exponenta.ru – учебно-информационный ресурс
2. http://www.mathworks.com/
3. http://library.wolfram.com/

3. Процедура разработки и утверждения рабочей программы

Разработчик(и) рабочей программы

Фамилия, имя, отчество	Учёная степень	Учёное звание	Должность	Контактная информация (служебный адрес электронной почты, служебный телефон)
Веселовская Алла Зеноновна	Кандидат физико-математических наук	—	Доцент кафедры общей математики и информатики математико-механического ф-та СПбГУ	allavesel@gmail.com
Вьюненко Людмила Федоровна	Кандидат физико-математических наук	Доцент	Доцент кафедры информационных систем в экономике экономического ф-та СПбГУ	l.vyunenko@econ.pu.ru 273-02-76
Халин Владимир Георгиевич	Доктор экономических наук, кандидат физико-математических наук	Доцент	Заведующий кафедрой информационных систем в экономике экономического ф-та СПбГУ	v.halin@econ.pu.ru 273-02-76

В соответствии с порядком организации внутренней и внешней экспертизы образовательных программ проведена двухуровневая экспертиза:

первый уровень (оценка качества содержания рабочей программы и применяемых педагогических технологий)		
Наименование кафедры	Дата заседания	№ протокола
Кафедра информационных систем в экономике	29.05.2013г.	Протокол №14
второй уровень (соответствие целям подготовки и учебному плану образовательной программы)		
Экспертиза второго уровня выполнена в порядке, установленном приказом		
должностное лицо	*дата приказа*	*№ приказа*
Уполномоченный орган (должностное лицо)	Дата принятия решения	№ документа

Иные документы об оценке качества рабочей программы

Документ об оценке качества	Дата документа	№ документа

Утверждение рабочей программы

Уполномоченный орган (должностное лицо)	Дата принятия решения	№ документа

Внесение изменений в рабочую программу

Уполномоченный орган (должностное лицо)	Дата принятия решения	№ документа